

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПО ОБРАЗОВАНИЮ ТРЕЩИН

Расчет ЖБК на трещиностойкость относится ко второй группе предельных состояний. Как правило, он начинается с проверки образования трещин — необходимо либо обеспечить полное отсутствие трещин, либо убедиться в их наличии (предварительный этап в анализе ширины раскрытия трещины).

Описание конструкции

Железобетонная балка длиной $l = 3$ м шарнирно опирается на недеформируемые опоры и работает в условиях изгиба (рис. 1). Под действием вертикальной равномерно распределенной нагрузки $q = 12$ кН/м в ее сечениях возникают изгибающие моменты, которые при достижении соответствующей величины могут привести к образованию трещин. Данный расчет призван установить факт появления трещин в сечениях балки.

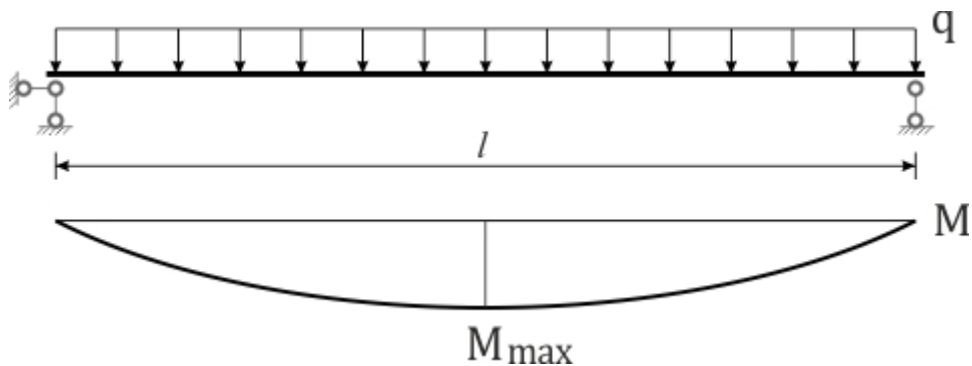


Рисунок 1. Расчетная схема железобетонной балки

Определение усилий в сечениях балки

Расчетный изгибающий момент

Максимальный изгибающий момент в середине балки составляет:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{12 \cdot 3^2}{8} = 13.5 \text{ кНм. (1)}$$

Трещины появляются в сечении балки, если выполняется условие [1]:

$$M > M_{cr}, \text{ (2)}$$

где

- $M = M_{max} = 13.5$ кНм — изгибающий момент в сечении балки от внешней нагрузки;

- M_{crc} — изгибающий момент, при котором в бетоне начинают появляться трещины, кНм.

Момент трещинообразования

Для железобетонных элементов прямоугольного, таврового, двутаврового сечений с арматурой, расположенной вблизи растянутой и сжатой граней, момент трещинообразования M_{crc} допускается определять с учетом неупругих деформаций растянутого бетона по следующей формуле [1]:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl} \pm N \cdot e_x, (3)$$

где

- $R_{bt,ser} = 1.75$ МПа — расчетное сопротивление бетона растяжению для расчетов по предельным состояниям второй группы [1];
- W_{pl} — упругопластический момент сопротивления сечения балки, определяемый для крайнего растянутого волокна;
- продольная сила N и соответствующий ей эксцентриситет приложения e_x — отсутствуют (балка работает только на изгиб).

Определение геометрических характеристик сечения балки

Для прямоугольных сечений (а также тавровых со сжатой полкой) значение момента сопротивления W_{pl} , который входит в (3), можно определить по следующей формуле [1]:

$$W_{pl} = 1,3W_{red}, (4)$$

где

- $W_{red} = \frac{J_{red}}{y_t}$ — упругий момент сопротивления приведенного сечения по растянутой зоне, см³;
- J_{red} — момент инерции приведенного сечения балки, см⁴;
- y_t — расстояние от наиболее растянутого волокна балки до центра тяжести ее приведенного сечения, см.

Коэффициент 1,3 в (4) учитывает влияние неупругих деформаций бетона и принят в соответствии с нормами [1] (авторы [2] рекомендуют принимать его равным 1,75).

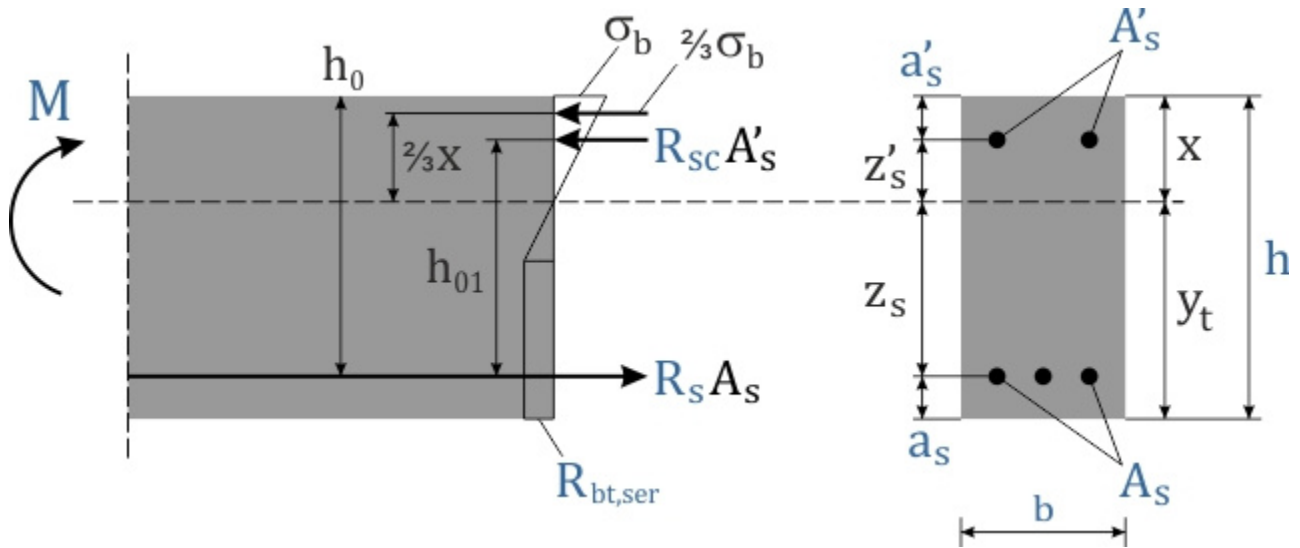


Рисунок 2. Схема усилий в сечении железобетонной балки для расчета на трещиностойкость (синим цветом показаны параметры, задаваемые в исходных данных, черным — рассчитываемые)

Расстояние от наиболее растянутого волокна бетона (нижней грани балки) до центра тяжести растянутой арматуры задано $a_s = 3$ см. Расстояние от наиболее сжатого волокна бетона (верхней грани балки) до центра тяжести сжатой арматуры задано $a'_s = 3$ см.

Площадь приведенного сечения балки

Площадь приведенного сечения балки определяем по уточненной методике (с учетом отсутствия бетона под арматурными стержнями):

$$A_{red} = A_b + (\alpha - 1)A_s + (\alpha - 1)A'_s = 1.5 \times 10^3 + (5.33 - 1)16.4 + (5.33 - 1)10.4 = 1.62 \times 10^3 \text{ см}^2. (5)$$

Высота сжатой зоны бетона

В расчетах прямоугольных сечений с растянутой и сжатой арматурой высоту сжатой зоны бетона определяют по формуле [1]:

$$x = h_0 \left[\sqrt{(m + m')^2 + 2 \left(m + m' \frac{a'_s}{h_0} \right)} - (m + m') \right], (6)$$

где

- $m = \mu_s \alpha_s$; $m' = \mu'_s \alpha'_s$;
- $h_0 = 47$ см — рабочая высота балки;
- $\mu_s = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{16.4}{30 \cdot 47} = 0.0116$ — коэффициент армирования растянутой зоны;

- $\mu_s' = \frac{A_s'}{bh_0} = \frac{10.4}{30 \cdot 47} = 0.00738$ — коэффициент армирования сжатой зоны.

Таким образом, высота сжатой зоны бетона (6) составляет

$$x = 12.8 \text{ см, (7)}$$

т. е. 1/3.91 высоты сечения.

Соответственно, расстояние от центра тяжести сечения до наиболее растянутого волокна бетона составляет:

$$y_t = h - x = 50 - 12.8 = 37.2 \text{ см. (8)}$$

Момент инерции приведенного сечения

Момент инерции приведенного сечения балки определяем относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения:

$$J_{red} = J_b + (\alpha - 1)J_s + (\alpha - 1)J_s', \text{ (9)}$$

где

- $J_b = \frac{bh^3}{12} = \frac{30 \cdot 50^3}{12} = 3.13 \times 10^5 \text{ см}^4$ — момент инерции бетонного сечения балки;
- $\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2 \times 10^5}{3.75 \times 10^4} = 5.33$ — отношение модуля упругости арматуры к модулю упругости бетона, МПа/МПа;
- $J_s = A_s z_s^2 = 16.4 \cdot 34.2^2 = 1.92 \times 10^4 \text{ см}^4$ — момент инерции растянутой арматуры относительно центра тяжести сечения;
- $J_s' = A_s' z_s'^2 = 10.4 \cdot 9.78^2 = 995 \text{ см}^4$ — момент инерции сжатой арматуры относительно центра тяжести сечения.

Таким образом, момент инерции (9) составляет

$$J_{red} = J_b + (\alpha - 1)J_s + (\alpha - 1)J_s' = 3.13 \times 10^5 + (5.33 - 1)1.92 \times 10^4 + (5.33 - 1)995 = 4 \times 10^5 \text{ см}^4. \text{ (10)}$$

Момент сопротивления приведенного сечения

С учетом (8) и (10), величина упругого момента сопротивления приведенного сечения по растянутой зоне составляет

$$W_{red} = \frac{J_{red}}{y_t} = \frac{4 \times 10^5}{37.2} = 8.4 \times 10^3 \text{ см}^3, \text{ (11)}$$

а упругопластический момент сопротивления для крайнего растянутого волокна (4) равен

$$W_{pl} = 1.3W_{red} = 1.3 \cdot 8.4 \times 10^3 = 1.09 \times 10^4 \text{ см}^3. \text{ (12)}$$

Проверка трещинообразования

Изгибающий момент, при котором в балке начнут появляться трещины, с учетом (12) составляет:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} \cdot W_{pl} = 1.75 \cdot 1.09 \times 10^4 = 19.1 \text{ кНм. (13)}$$

Изгибающий момент от внешней нагрузки (1):

$$M = 13.5 \text{ кНм.}$$

Источники информации

1. СП 63.13330.2012 "Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения". Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 / НИИЖБ им. А. А. Гроздева и др. / - М.: Минрегион РФ, 2012. - 156 с.
2. Попов Н., Чарьев М. Железобетонные и каменные конструкции: Уч. пос. - М.: Высш. шк., 1996. - 255 с.